REDES DE TUTORÍA

Patrones y Progresiones

por José Miguel Morales Elox

VIVENCIA

Si nos detenemos a pensar, encontramos en nuestra vida cotidiana varios aspectos en los que es necesario contar cosas. Quizá se trata de saber cuántas canicas tengo en una botella, o cuántas personas van a ir a una fiesta o cuántos puntos lleva cada quien en un juego.

En el mundo natural y social también hay ritmos que podemos contar. Por ejemplo, en el tallo de un árbol en crecimiento se forma un anillo cada año. Por ello, podemos conocer la edad de un árbol con sólo hacer ese conteo—los científicos tienen incluso taladros especiales para hacerlo sin dañar al árbol. En algunos fenómenos, encontramos patrones sencillos que nos permiten “contar sin contar”. Por ejemplo: yo tengo 2 padres, 4 abuelos, 8 bisabuelos, etc., y esto lo puedo saber sin tener a estas personas frente a mí. Otro ejemplo: hoy en día, muchas personas sacan créditos en el banco o en otros lugares. Si no sabemos cómo crece nuestra deuda, nos podemos meter en problemas para pagarla. Aunque este ejemplo es más complicado que el de los padres, abuelos, bisabuelos…, en realidad plantea un reto similar: estudiar un fenómeno de forma numérica y encontrar patrones para “contar sin contar”.

CONTEXTO

Cuando contamos cosas que varían en el tiempo, encontramos lo que en matemáticas se llama secuencias o sucesiones—listas de números ordenados. Si los números de la secuencia aumentan, entonces se dice que forman una progresión.

Quizá la primera progresión que aprendemos de niños es la de los números naturales, decir, los que usamos para contar: 1, 2, 3, 4, 5,… Esta secuencia no tiene fin, sino que continúa indefinidamente. En esta unidad, nos enfocamos en secuencias que contienen sólo números naturales y que continúan indefinidamente, como 1, 1, 1, 1,…; 1, 2, 3, 4,…; 1, 3, 10, 18, 24,… etc.

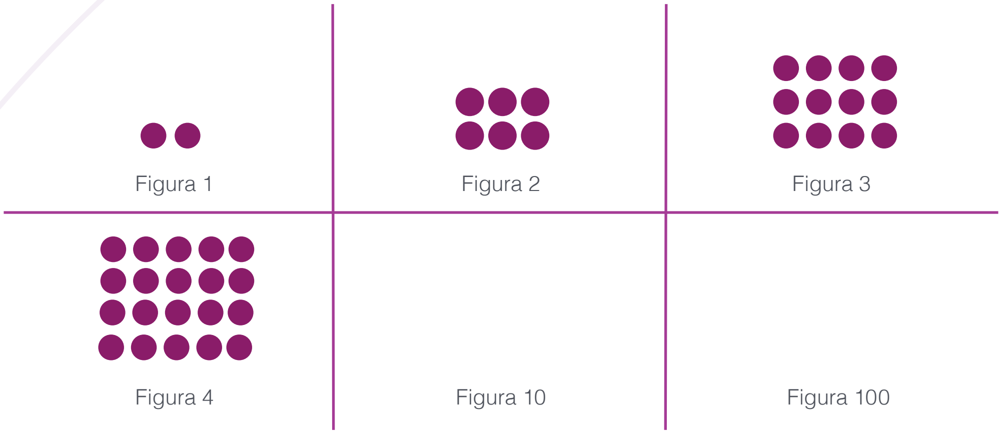
COMPETENCIAS QUE SE EJERCITAN

- Una de las primeras preguntas que surgen naturalmente al ver algunos números de una secuencia es: ¿cómo continúa? ¿Existe alguna regla que nos permita saber cuál número aparecerá en la décima posición, en la centésima, o en cualquier otra? Al responder estas preguntas, ejercitamos la habilidad de encontrar patrones, que es una de las más importantes al hacer matemáticas.

- Muchas situaciones de la vida real dan pie al conteo de cosas y, con ello, al estudio de las sucesiones. Podemos estudiar estas sucesiones y sacar conclusiones que resultan después útiles en la situación de la vida real. En esta unidad practicaremos estas competencias relacionadas: hacer un modelo matemático de una situación real, estudiar el modelo y utilizar los resultados para tomar decisiones en la situación original.

DESAFÍOS

1. Observa las siguientes figuras de puntos. ¿Cuántos puntos hay en cada una? ¿Encuentras algún patrón que te permita saber cuántos puntos habrá en una figura posterior, por ejemplo la 10 o la 100?



Después de resolverlo, inventa otra colección de figuras de puntos que sigan algún patrón en su construcción. ¿Qué secuencia sigue ahora el número de puntos?

2. La relación tutora cambia por completo la forma de convivencia en el salón de clases. En vez de un maestro que brinda la misma explicación a todos los estudiantes, cada uno tiene un tutor que le brinda atención individualmente. Para hacer esto posible, es necesario que los estudiantes se vuelvan también tutores. Comienza por responder las siguientes preguntas desde tu experiencia como estudiante de relación tutora:

- **¿Qué ventajas y desventajas tiene la relación tutora comparada con la clase tradicional?**
- **¿Qué se necesita para ser tutor de un tema?**
- **¿Crees que cualquier niño o niña puede ser tutor?**

Uno de los retos más grandes de la relación tutora es cómo introducirla en salones con muchos estudiantes—en algunas escuelas en la ciudad, por ejemplo, cada salón tiene hasta 40 o 50 estudiantes. Supongamos que un maestro quiere comenzar su red de tutoría en un grupo de 50 estudiantes y se pone como primer objetivo que todos ellos logren el dominio de un mismo tema mediante relación tutora. El maestro considera que, después de recibir el tema, los estudiantes están listos para tutorarlo y decide que es suficiente con dedicar una semana a cada tutoría individual. En la primera semana, el maestro tutora a un estudiante. En la segunda semana, el maestro y el primer estudiante brindan el tema a dos estudiantes más. En la tercera semana, el maestro y los tres estudiantes tutoran cada uno a otro compañero.

Si el proceso continúa de esta manera,

- **¿en cuántas semanas lograrán la meta de tutorar a los 50 compañeros en el mismo tema?**
- **¿Cuál es la secuencia del número de estudiantes que, cada semana, ya recibieron tutoría?**
- **¿Se te ocurre alguna manera de representar gráficamente el crecimiento de la red tutora?**
- **¿Te parece razonable la estrategia del maestro? Explica tu respuesta con base en tu experiencia como estudiante de relación tutora.**

Tel. (55) 5207-4543 contacto@redesdetutoria.com www.redesdetutoria.com

Si tú pudieras decidir de qué forma extender la red tutora en un salón con muchos estudiantes, ¿cómo lo harías? Sugerencia para comenzar: analiza la estrategia del maestro del ejemplo anterior e identifica cada una de las decisiones que tomó. Después:

- Crea tu propia estrategia para extender la red tutora, dando cuenta de todos los aspectos necesarios.
- Explica por qué es tu estrategia es apropiada, con base en tu experiencia como estudiante de tutoría.
- Encuentra la secuencia del número de estudiantes que pueden ser tutorados cada semana con base en tu estrategia
- Representa el crecimiento de la red tutora de forma gráfica.

LECTURAS

En los Desafíos, estudiaste algunas progresiones de forma matemática. A continuación, te mostramos dos lecturas que muestran cómo las progresiones aparecen en contextos diferentes. Para cada lectura, brindamos una pequeña introducción como guía para que puedas escoger aquello que te interesa y con lo que te gustaría comprometerte.

Préstamos y deudas

Hoy en día es posible conseguir préstamos a crédito con enorme facilidad. A primera vista, estos préstamos parecen muy convenientes porque se obtienen más rápidamente y con mucho menos requisitos de los que te pide un banco. Cuando uno se encuentra en dificultades económicas, es tentador considerar estos préstamos como una salida viable.

¿Necesita dinero? Cuidado con los préstamos ‘facilitos’

GUADALAJARA, JALISCO (30/DIC/2014).- Camino por una de las banquetas de las calles Independencia y Alcalde, en el Centro de Guadalajara. De pronto un señor me da un papel del tamaño de una tarjeta de crédito. Se lee en mayúsculas: “SE ACERCA NAVIDAD!!!!!!! ¿NECESITAS DINERO? EL BURÓ NO ES DETERMINANTE SÓLO CON TU IFE Y COMPROBANTE DE DOMICILIO, PENSIONADOS Y EMPLEADOS, IMSS, ISSSTE, PLAZO FORZOSO, ABONO A CAPITAL. SIN AVAL NI GARANTIAS”.

Decido detenerme. En medio del ruido de la avenida, le pregunto si él es el encargado de dar los préstamos y me dice que sí. El papelito ofrece ocho, 10, 15 y 20 mil pesos. Le digo que me interesa el de 20 mil, cuyo pago quincenal, según el papelito, es de mil 115 pesos.

Al sentir mi interés, una discreta alarma se activa en este señor moreno, canoso y chaparro. La pachorra que al principio mostraba su figura desaparece y todos sus ademanes adquieren la agilidad de la persuasión. Con su voz aguda y de eses arrastradas me dice que, para realizar el trámite, primero necesito tener a la mano una copia de la credencial del IFE por ambos lados, un comprobante de domicilio, un recibo de nómina, un estado de cuenta, cuatro referencias y los datos del lugar en el que trabajo. Si reúno todos los requisitos el viernes en la mañana o el sábado por la tarde podría tener el dinero.

“Pero explíqueme cómo está la onda”, le digo.

Contesta que los pagos están calculados a 48 quincenas. Saco mi celular y en la calculadora hago una multiplicación. Mil 115 pesos por 48 quincenas es igual a 53 mil 520. Le digo que no entiendo por qué pagaría tanto por un préstamo de 20 mil pesos.
Solícito y elocuente, el hombre me explica que podría pagar el interés y el capital en el tiempo que yo lo desee: en tres, seis o doce meses. Me indica que la empresa que me daría el préstamo me cobraría una comisión por investigarme y otra por darme el crédito.

Alega que podría pagar el saldo insoluto.

“¿Sí sabe qué es el saldo insoluto?”. Le respondo que no y me envuelve con una explicación plagada de números y referencias que sólo me confunden más.

El señor sigue hablando. Me pregunta en dónde trabajo y si mi patrón me da seguro social. Si reúno los papeles, subraya, me hablarán por teléfono para comprobar si efectivamente yo solicité el crédito. Después llamarán a mis referencias, visitarán mi casa y llamarán a mi trabajo. No debo tener desconfianza, me recomienda, pues el centro operativo de la empresa está muy cerca y tiene 12 sucursales en toda la zona metropolitana.

Es el mejor plazo, según él. Porque si decidiera pagar el interés del préstamo en un año, la suma a pagar sería de 14 mil pesos.

En seis meses sólo pagaría nueve mil pesos.

“Una ganga”.

Añade que él recomienda a sus clientes que paguen el préstamo a 48 quincenas y que en el momento que tengan el dinero, liquiden. Sigo pensando que es mucho dinero. Trata de convencerme al decirme que la empresa es filial de uno de los bancos más fuertes del mundo. El papelito tiene su nombre y su teléfono. Le digo que lo pensaré y le llamaré.

“Hay muchas personas que ya están aprovechando los préstamos. Puede tener una feliz Navidad (y hasta un mejor Año Nuevo para evitar la cuesta de enero)”, me dice mientras me alejo.

Yo arrugo el papelito y lo tiro en un bote de basura.

Tel. (55) 5207-4543 contacto@redesdetutoria.com www.redesdetutoria.com

Una progresión famosa

Fibonacci fue un matemático italiano que vivió y trabajó alrededor del año 1200. Su influencia en el mundo actual es inmensa, pues fue uno de los primeros en introducir en Europa el sistema indoarábigo de numeración, que pronto reemplazó a los imprácticos números romanos. Además, descubrió una famosa secuencia que hoy lleva su nombre, la cual aparece en varios fenómenos naturales como el arreglo de las semillas en las flores, el crecimiento de las conchas marinas y la expansión de las redes tutoras. **¿Cómo podemos comprobar esto? ¿Cómo se obtiene la secuencia de Fibonacci?**

Fibonacci Numbers

(fragmento)

por Elexia A. Allen

The Fibonacci sequence is a series of numbers where a number is found by adding up the two numbers before it.
Starting with 0 and 1, the sequence goes 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, and so forth. Written as a rule, the expression is

$$_{n} = x_{n-1} + x_{n-2}$$

Fibonacci numbers do actually appear in nature, from sunflowers to hurricanes to galaxies. Sunflowers seeds, for example, are arranged in a

Fibonacci spiral, keeping the seeds uniformly distributed no matter how large the seed head may be.

A Fibonacci spiral is a series of connected quarter- circles drawn inside an array of squares with Fibonacci numbers for dimensions.

The squares fit perfectly together because of the nature of the sequence, where the next number is equal to the sum of the two before it.

Any two successive Fibonacci numbers have a ratio very close to the Golden Ratio, which is roughly 1.618034. The larger the pair of Fibonacci numbers, the closer the approximation. The spiral and resulting rectangle are known as the Golden Rectangle.

The Golden Ratio is denoted by the Greek letter phi . Greek architects used the ratio 1:phi as an integral part of their designs, including the Parthenon in Athens.

Though this was not consciously used by Greeks or artists, the Golden Rectangle does appear in the Mona Lisa and other Renaissance art works. Phi is also the ratio of the side of a regular pentagon to its diagonal. The resulting pentagram forms a star, which is the star seen on many flags.

Caminos para seguir profundizando en el tema, de acuerdo con el interés personal

A continuación, te presentamos algunos recursos que puedes utilizar para seguir aprendiendo sobre el tema de patrones numéricos y progresiones. Los que aparecen con hipervínculo son páginas web, los demás son documentos electrónicos y están recopilados en un PDF adjunto.

“Sumas de enteros” por José Luis Abreu, José Ángel Canavati, Jorge Ize y Antonmaría Minzoni

En los cursos de cálculo diferencial e integral, después de calcular la suma de los enteros 1+2+3+4+5+…+n, surge la pregunta de calcular la suma de sus cuadrados, es decir: $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+\ldots+n^2$. En este material, extraído de un fascículo de cálculo diferencia e integra, se presenta la forma de calcular ambas sumas siguiendo la estrategia que has usado para resolver este desafío: representar los números como figuras sencillas.

Conocimientos necesarios: bases de álgebra.

“Álgebra” por Israel M. Gelfand

De esta magnífica obra presentamos un extracto que trata sobre progresiones aritméticas y progresiones geométricas. Presenta pocos problemas escogidos para hacer que el estudiante piense, en vez de muchos para resolver sin pensar, como es común encontrar en la mayoría de libros de álgebra. Al final de esta sección, Gelfand presenta una inesperada aplicación de las progresiones geométricas: la invención de los tonos musicales que hoy en día se usan en toda la música—desde pop, rancheras, rock and roll, reggaetón...

Conocimientos necesarios: lo básico de álgebra. Tener paciencia para enfrentar los agradables pero a veces difíciles problemas. La sección sobre música requiere conocimientos previos al respecto. El material está en inglés.

“Vida y números de Fibonacci” por R. Knott y el equipo de plus.math.org

Esta página narra sobre la vida y obra de Fibonacci, matemático italiano que vivió y trabajó alrededor del año 1200. Su influencia en el mundo actual es inmensa, pues fue uno de los primeros en describir en Europa el sistema indoarábigo de numeración, que acabó reemplazando a los números romanos. Además, descubrió la famosa secuencia que hoy lleva su nombre, la cual aparece en varios fenómenos naturales como el arreglo de las semillas en las flores, el crecimiento de las conchas marinas y la expansión de las redes tutoras. La página está en inglés.

“Vida y números de Fibonacci” por R. Knott y el equipo de plus.math.org

Esta página narra sobre la vida y obra de Fibonacci, matemático italiano que vivió y trabajó alrededor del año 1200. Su influencia en el mundo actual es inmensa, pues fue uno de los primeros en describir en Europa el sistema indoarábigo de numeración, que acabó reemplazando a los números romanos. Además, descubrió la famosa secuencia que hoy lleva su nombre, la cual aparece en varios fenómenos naturales como el arreglo de las semillas en las flores, el crecimiento de las conchas marinas y la expansión de las redes tutoras. La página está en inglés.

“Teoría de Números” por Julian F. Fleron, de la serie “Descubriendo el Arte de las Matemáticas”

Este libro presenta una secuencia de problemas diseñados para que el lector vaya descubriendo los conceptos por su cuenta. Hemos seleccionado el capítulo 2, que trata sobre la secuencia de Fibonacci--su relación con otros temas de matemáticas como el triángulo de Pascal y los fractales, y su aparición en fenómenos naturales como la reproducción de las abejas y el crecimiento de las plantas.

Conocimientos necesarios: lo básico de álgebra. El material está en inglés.

“Matemáticos”--grupo público de Facebook

En este grupo hay más de 33 000 personas suscritas. Muchas de ellas son matemáticos profesionales que te pueden ayudar si tienes una duda sobre cualquier cosa de matemáticas. Por ejemplo, el autor de esta unidad de aprendizaje no sabía dónde encontrar buenos recursos sobre la secuencia de Fibonacci. Hizo la pregunta en el grupo y al día siguiente estaba inundado de buenas respuestas.

REFERENCIAS

1 Fuente: http://www.informador.com.mx/economia/2014/567793/6/necesita-dinero-cuidado-con-los-prestamos-facilitos.htm
2 Fuente: https://prezi.com/s6iwjdtbvaex/fibonacci-numbers/

ILUSTRACIONES Y FOTOGRAFÍA

Rafael Araujo, Fibonacci Sequence
http://www.ashley-spencer.com/ArtIsEverywhere/2016/04/fabulous-fibonacci-golden-art/
Manos con dinero
http://ambito-financiero.com/wp-content/uploads/2014/05/que-es-un-prestamo-y-su-estructura.jpg
Fibonacci, Leonardo
https://www.bbvaopenmind.com/wp-content/uploads/2016/10/Fibonacci-leonardo-pisa.jpg

REDES
DE TUTORÍA

Av Oaxaca 96, Roma Nte., 06700
Ciudad de México, Mx.

Teléfono: (55) 5207-4543
Email: contacto@redesdetutoria.com
website: redesdetutoria.com

© 2017 Redes de Tutoría